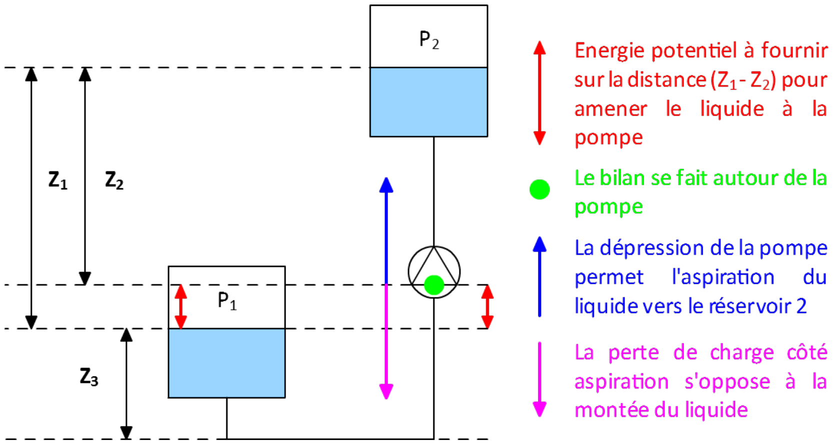
Série 2.1.2 – Corrigé

1) Dans cette première partie de l'exercice, on s'intéresse seulement aux différents éléments du système qui vont permettre que le fluide du réservoir 1 atteigne la pompe afin que le système soit fonctionnel. On peut donc poser le bilan d'énergie en termes de pressions suivant.

$$0 = \Delta P_{hauteur} + \Delta P_{vitesse} + \Delta P_{côté\ aspiration} - P_{pompe\ aspiration} - P_{réservoir,1}$$



- Dans ce bilan, il n'y a pas de hauteur manométrique (avant la mise en fonction de la pompe).
- Les termes favorables sont au mouvement du fluide vers la pompe sont à soustraire, défavorables à additionner. Par exemple, la dépression de la pompe est à soustraire du bilan d'énergie, étant donné qu'il va dans le sens favorable au transport du fluide. Ce n'est pas une résistance au transport. Ceci est le cas en revanche de la perte de charge qui est une perte d'énergie cinétique due au frottement contre la paroi des tuyaux lors du transport.
- Le diamètre du tuyau entre la sortie du réservoir 1 et l'entrée de la pompe est constant tout comme le débit, donc les vitesses débitantes sont égales. $(\Delta P_{vitesse} = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) = 0)$
- La dépression que peut fournir la pompe est connue (égale à $P_{pompe\ aspiration} = 0.5 bar$)
- La différence de hauteur crée une différence de pression $\Delta P_{hauteur} = \rho g(z_1 - z_2)$
- On remplace et on isole $P_{réservoir,1}$ dans le bilan et obtient alors que :

$$P_{réservoir,1} = \rho g(z_1 - z_2) + \Delta P_{côté\ aspiration} - P_{pompe\ aspiration}$$

Le bilan ainsi écrit est plus facile à interpréter : la pression dans le réservoir 1 doit donc être suffisamment élevée pour lutter contre les éléments défavorables au mouvement (différence de hauteur et perte de charge). La pression d'aspiration de la pompe aide au déplacement du fluide, une pression moins importante est donc nécessaire.

$$P_{réservoir,1} = 0.4 + \frac{(50-35)\times 9.81 \times 1000}{10^5} - 0.5 = 1.37\ bar$$

$$P_{réservoir} \geq 1.37\ bar$$

2) p_1 = 1.5 bar. Cette fois-ci afin de calculer la puissance utile de la pompe, il nous faut connaître la hauteur manométrique et les vitesses débitantes.

$$v_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{\dot{V}}{\pi\cdot\left(\frac{D_1}{2}\right)^2} = \frac{25}{\pi\cdot\left(\frac{0.1}{2}\right)^2} = 3183 m/h = 0.88\ m/s$$

$$v_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{25}{\pi\cdot\left(\frac{0.25}{2}\right)^2} = 509\ m/h = 0.14\ m/s$$

Comme précédemment, on pose un bilan qui inclut tous les termes qui contribuent (favorablement ou défavorablement) au mouvement du fluide, mais cette fois ci en termes de hauteurs :

$$H = z_1 + \frac{p_2-p_1}{\rho\cdot g} + \frac{v_2^2-v_1^2}{2g} + \frac{\Delta p_{12}}{\rho\cdot g}$$

$$H = 50 + \frac{(2-1.5)\cdot 10^5}{9810} + \frac{0.14^2-0.88^2}{2\cdot 9.810} + \frac{1.9\cdot 10^5}{9810} = 74.4 \text{ m}$$

La puissance utile se calcule par :

$$P = \dot{V}\cdot\rho\cdot g\cdot H = \frac{25}{3600}\cdot 9810\cdot 74.4 = 5070\ W = 5.07\ kW$$

3) La puissance utile est en relation, pour les pompes centrifuges, avec le diamètre et la vitesse angulaire selon la proportionnalité suivante:

$P \,\alpha\, D^3\cdot\omega^3$ ainsi $P = K\cdot D_1^3\cdot\omega_1^3 = K\cdot D_2^3\cdot\omega_2^3 \Rightarrow \frac{D_1^3}{D_2^3} = \frac{\omega_2^3}{\omega_1^3} \Rightarrow \frac{D_1}{D_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$

$$\frac{D_1}{D_2}\cdot\omega_1 = \omega_2 = \frac{20}{15}\cdot 2000 = 2667\ t/min$$

La vitesse pour une roue de 15 cm doit être de 2667 t/min.